2021年浙江省高考数学试题

第I卷 选择题部分（共40分）

一、选择题

1. 设集合$A=\{x|x\geqslant 1\}, B=\{x|-1<x<-2\}$，则$A\cap B=$

A. $\{x|x>-1\}$　　B. $\{x|x\geqslant 1\}$　　C. $\{x|-1<x<1\}$　　D. $\{x|1\leqslant x<2\}$

2. 已知$a\in R$，$(1+a\,i)\,i=3+i$，（i为虚数单位），则$a=$

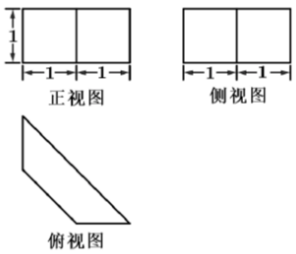
A. -1　　B. 1　　C. -3　　D. 3

3. 已知非零向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，则$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$是$\vec{a}=\vec{b}$的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

4. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是

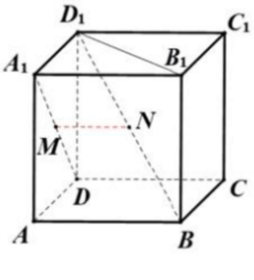
A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. $3\sqrt{2}$



5. 若实数x,y满足约束条件$\begin{cases} x+1\geqslant 0 \\ x-y\leqslant 0 \\ 2x+3y-1\leqslant 0 \end{cases}$，则$z=x-\frac{1}{2}y$的最小值是

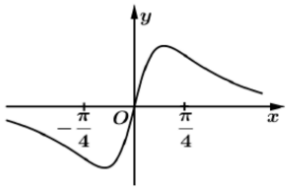
A. -2　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{10}$

6. 如图已知正方体$\mathrm{ABCD}-A_1B_1C_1D_1$，$M,N$分别是$A_1D,D_1B$的中点，则



A. 直线A_1D与直线D_1B垂直，直线MN//平面ABCD
B. 直线A_1D与直线D_1B平行，直线MN$\perp$平面BDD$_1B_1$
C. 直线A_1D与直线D_1B相交，直线MN//平面ABCD
D. 直线A_1D与直线D_1B异面，直线MN$\perp$平面BDD$_1B_1$

7. 已知函数$f(x)=x^2+\frac{1}{4}, g(x)=\sin x$，则图像为如图的函数可能是



A. $y=f(x)+g(x)-\frac{1}{4}$　　　　B. $y=f(x)-g(x)-\frac{1}{4}$

C. $y=f(x)\,g(x)$　　　　D. $y=\frac{g(x)}{f(x)}$

8. 已知α,β,γ是互不相同的锐角，则在$\sin\alpha\cos\beta,\sin\beta\cos\gamma,\sin\gamma\cos\alpha$三个值中，大于$\frac{1}{2}$的个数的最大值是

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

9. 已知$a,b\in R,ab>0$，函数$f(x)=ax^2+b(x\in R)$.若$f(s-t),f(s),f(s+t)$成等比数列，则平面上点(s,t)的轨迹是

A. 直线和圆　　B. 直线和椭圆　　C. 直线和双曲线　　D. 直线和抛物线

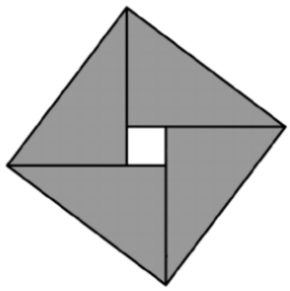
10. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_{n+1}=\frac{a_n}{1+\sqrt{a_n}}(n\in N^*)$.记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则

A. $\frac{1}{2}<S_{100}<\frac{3}{2}$　　B. $3<S_{100}<4$　　C. $4<S_{100}<\frac{9}{2}$　　D. $\frac{9}{2}<S_{100}<5$

第II卷 非选择题部分（共110分）

二、填空题

11. 我国古代数学家赵爽用弦图给出了勾股定理的证明.弦图是由四个全等的直角三角形和中间的一个小正方形拼成的一个大正方形（如图所示）.若直角三角形直角边的长分别是3，4，记大正方形的面积为S_1，小正方形的面积为S_2，则$\frac{S_1}{S_2}=$______.



12. 已知$a\in R$，函数$f(x)=\begin{cases}x^2-4, & x>2\\ |x-3|+a, & x\leqslant 2\end{cases}$，若$f[f(\sqrt{6})]=3$，则$a=$______.

13. 已知多项式$(x-1)^3+(x+1)^4=x^4+a_1x^3+a_2x^2+a_3x+a_4$，则$a_1=$______，$a_2+a_3+a_4=$______.

14. 在△ABC中，$\angle B=60°$，AB = 2，M是BC的中点，AM = $2\sqrt{3}$，则AC = ______，cos∠MAC = ______.

15. 袋中有4个红球m个黄球，n个绿球.现从中任取两个球，记取出的红球数为ξ，若取出的两个球都是红球的概率为$\frac{1}{6}$，一红一黄的概率为$\frac{1}{3}$，则$m-n=$______，$E(\xi)=$______.

16. 已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，焦点$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)(c>0)$，若过$F_1$的直线和圆$\left(x-\frac{1}{2}c\right)^2+y^2=c^2$相切，与椭圆在第一象限交于点$P$，且$\mathrm{PF}_2\perp x$轴，则该直线的斜率是_____，椭圆的离心率是_____.

17. 已知平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c},(\vec{c}\neq 0)$满足$|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2,(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=0$. 记向量$\vec{d}$在$\vec{a},\vec{b}$方向上的投影分别为$x$，$y$，$\vec{d}-\vec{a}$在$\vec{c}$方向上的投影为$z$，则$x^2+y^2+z^2$的最小值为_____.

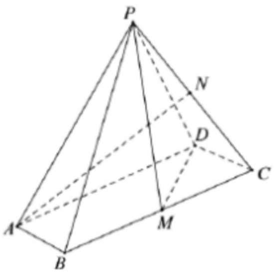
三、解答题（本大题共5小题，共74分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

18. 设函数$f(x)=\sin x+\cos x\ (x\in R)$.

  a) 求函数$y=\left[f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]^2$的最小正周期;

  b) 求函数$y=f(x)f\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最大值.

19. 如图，在四棱锥$P-\mathrm{ABCD}$中，底面ABCD是平行四边形，$\angle\mathrm{ABC}=120°$，$\mathrm{AB}=1$，$\mathrm{BC}=4$，$\mathrm{PA}=\sqrt{15}$，M,N分别为BC,PC的中点，PD⊥DC，PM⊥MD.



  a) 证明：AB⊥PM;

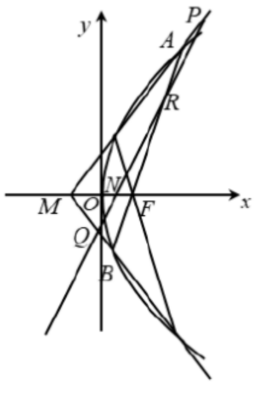
  b) 求直线AN与平面PDM所成角的正弦值.

20. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=-\frac{9}{4}$，且$4S_{n+1}=3S_n-9$.

  a) 求数列$\{a_n\}$的通项;

  b) 设数列$\{b_n\}$满足$3b_n+(n-4)a_n=0$，记$\{b_n\}$的前n项和为T_n，若$T_n\leqslant\lambda b_n$对任意$n\in N^*$恒成立，求λ的范围.

21. 如图，已知F是抛物线$y^2=2px\ (p>0)$的焦点，M是抛物线的准线与x轴的交点，且$|\mathrm{MF}|=2$,



  a) 求抛物线的方程;

b) 设过点F的直线交抛物线与A、B两点，斜率为2的直线l与直线MA，MB，AB，x轴依次交于点P，Q，R，N，且$|\mathrm{RN}|^2=|\mathrm{PN}|\cdot|\mathrm{QN}|$，求直线$l$在$x$轴上截距的范围.

22. 设a，b为实数，且$a>1$，函数$f(x)=a^x-b\,x+e^2(x\in R)$

a) 求函数$f(x)$的单调区间；

b) 若对任意$b>2e^2$，函数$f(x)$有两个不同的零点，求a的取值范围；

c) 当$a=e$时， 证明： 对任意$b>e^4$， 函数$f(x)$有两个不同的零点x_1， x_2， 满足$x_2>\frac{b\ln b}{2e^2}x_1+\frac{e^2}{b}$.

（注：$e=2.71828\ldots$是自然对数的底数）