2021年上海市高考数学试卷

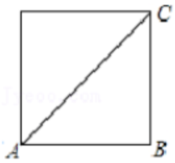
一、单选题

1. 已知$z_1=1+i$，$z_2=2+3\,i$，求$z_1+z_2=$______.

2. 已知$A=\{x|2\,x\leqslant 1\},B=\{-1,0,1\}$，则$A\cap B=$______.

3. 若$x^2+y^2-2\,x-4\,y=0$，求圆心坐标为______.

4. 如图正方形ABCD的边长为3，求$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=$______.



5. 已知$f(x)=\frac{3}{x}+2$，则$f^{-1}(1)=$______.

6. 已知二项式$(x+a)^5$展开式中，x^2的系数为80，则$a=$______.

7. 已知$\begin{cases}\text{x⩽3}\\ \text{2*x-y-2⩾0}\\ \text{3*x+y-8⩾0}\end{cases}$，$z=x-y$，则$z$的最大值为______.

8. 已知$\{a_n\}$为无穷等比数列，$a_1=3$，a_n的各项和为9，$b_n=a_{2n}$，则数列$\{b_n\}$的各项和为______.

9. 已知圆柱的底面圆半径为1，高为2，AB为上底面圆的一条直径，C是下底面圆周上的一个动点，则ABC的面积的取值范围为______.

10. 已知花博会有四个不同的场馆A,B,C,D，甲、乙两人每人选2个去参观，则他们的选择中，恰有一个馆相同的概率为______.

11. 已知抛物线$y^2=2\,p\,x(p>0)$，若第一象限的A,B在抛物线上，焦点为F，$|\mathrm{AF}|=2$，$|\mathrm{BF}|=4$，$|\mathrm{AB}|=3$，求直线AB的斜率为______.

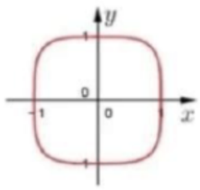
12. 已知$a_i\in\mathbf{N}^*(i=1,2,\ldots,9)$对任意的$k\in\mathbf{N}^*(2\leqslant k\leqslant 8)$，$a_k=a_{k-1}+1$或$a_k=a_{k+1}-1$中有且仅有一个成立，$a_1=6$，$a_9=9$，则$a_1+\cdots+a_9$的最小值为______.

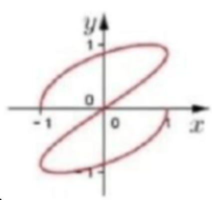
二、填空题

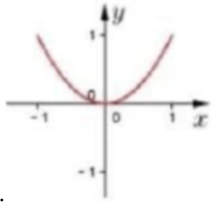
13. 下列函数中，既是奇函数又是减函数的是______

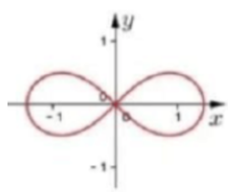
A. $y=-3\,x$　　B. $y=x^3$　　C. $y=\log_3 x$　　D. $y=3^x$

14. 已知参数方程$\begin{cases}\text{x=3*t-4*t}^3\\ \text{y=2*t*}\sqrt{\text{1-t}^2}\end{cases}$，$t\in[-1,1]$，下列选项的图中，符合该方程的是______


A.


B.


C.


D.

15. 已知$f(x)=3\sin x+2$，对任意的$x_1\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，都存在$x_2\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，使得$f(x)=2f(x+\theta)+2$成立，则下列选项中，$\theta$可能的值为______

A. $\frac{3\pi}{5}$　　B. $\frac{4\pi}{5}$　　C. $\frac{6\pi}{5}$　　D. $\frac{7\pi}{5}$

16. 已知x_1,y_1,x_2,y_2,x_3,y_3同时满足:①$x_1<y_2,x_2<y_2,x_3<y_3$; ②$x_1+y_1=x_2+y_2=x_3+y_3$; ③$x_1y_1+x_3y_3=2x_2y_2$，以下哪个选项恒成立______

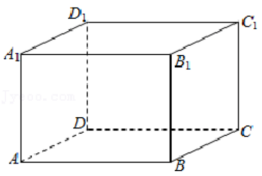
A. $2x_2<x_1+x_3$　　B. $2x_2>x_1+x_3$　　C. $x_2^2<x_1x_3$　　D. $x_2^2>x_1x_3$

三、解答题

17. 如图，在长方体$\mathrm{ABCD}-A_1B_1C_1D_1$中，已知$\mathrm{AB}=\mathrm{BC}=2$，$\mathrm{AA}_1=3$.

（1）若P是棱A_1D_1上的动点，求三棱锥$C-\mathrm{PAD}$的体积；

（2）求直线AB_1与平面ACC_1A_1的夹角大小.



18. 已知在$\triangle\mathrm{ABC}$中，A,B,C所对边分别为a,b,c，且$a=3$，$b=2c$.

（1）若$A=\frac{2\pi}{3}$，求$S_{\triangle\mathrm{ABC}}$；

（2）若$2\sin B-\sin C=1$，求$C_{\triangle\mathrm{ABC}}$.

19. 已知一企业今年第一季度的营业额为1.1亿元，往后每个季度增加0.05亿元，第一季度的利润为0.16亿元，往后每一季度比前一季度增长4%.

（1）求今年起的前20个季度的总营业额；

（2）请问哪一季度的利润首次超过该季度营业额的18%?

20. 已知Γ：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$，F_1，F_2是其左、右焦点，直线l过点$P(m,0)(m\leqslant-\sqrt{2})$，交椭圆与A，B两点，且$A$，$B$在$x$轴上方，点$A$在线段BP上.

（1）若B是上顶点，$|\overrightarrow{\mathrm{BF}_1}|=|\overrightarrow{\mathrm{PF}_1}|$，求$m$的值；

（2）若$\overrightarrow{F_1A}\cdot\overrightarrow{F_2A}=\frac{1}{3}$，且原点$O$到直线$l$的距离为$\frac{4\sqrt{15}}{15}$，求直线$l$的方程；

（3）证明：对于任意$m<-\sqrt{2}$，使得$\overrightarrow{F_1A}//\overrightarrow{F_2B}$的直线有且仅有一条.

21. 已知$x_1,x_2\in\mathbf{R}$，若对任意的$x_2-x_1\in S$，$f(x_2)-f(x_1)\in S$，则有定义：$f(x)$是在S关联的.

（1）判断和证明$f(x)=2x-1$是否在$[0,+\infty)$关联？是否有$[0,1]$关联？

（2）若$f(x)$是$\{3\}$关联，当在$x\in[0,\ 3]$时，$f(x)=x^2-2x$，解不等式$2\leqslant f(x)\leqslant3$；

（3）证明：“$f(x)$是$\{1\}$关联，且是$[0,+\infty)$关联”的充要条件是“$f(x)$是$[1,2]$关联”